

1	SCHAFKOPFEN IST KEIN GLÜCKSSPIEL.....	9
1.1	Für wen ist dieses Buch gedacht	12
1.2	Berechnung der Wahrscheinlichkeiten	12
1.3	Anmerkungen zur Notation	13
2	DER TOUT.....	14
2.1	Gefahren beim Tout.....	16
2.2	Gewinnwahrscheinlichkeit beim Solo-Tout	18
2.2.1	Solo-Tout als Ausspieler	18
2.2.2	Solo-Tout als Nichtausspieler	23
2.2.3	Was man sich merken sollte.....	39
2.3	Gewinnwahrscheinlichkeit beim Farbwenz-Tout	41
2.3.1	Farbwenz-Tout als Ausspieler.....	41
2.3.2	Farbwenz-Tout als Nichtausspieler	46
2.3.3	Was man sich merken sollte.....	60
2.4	Gewinnwahrscheinlichkeit beim Wenz-Tout.....	62
2.4.1	Wenz-Tout als Ausspieler	68
2.4.2	Wenz-Tout als Nichtausspieler mit 4 Untern	70
2.4.3	Wenz-Tout als Nichtausspieler mit 3 Untern	71
2.4.4	Wenz-Tout als Nichtausspieler mit 2 Untern	89
2.4.5	Was man sich merken sollte.....	109
2.5	Unsicherer Tout oder sicheres Alleinspiel	111
2.5.1	Schwellenwerte	113
2.5.2	Was man sich merken sollte.....	114
2.6	Auflistung aller Tout nach Gewinnwahrscheinlichkeit	115
2.6.1	Tout mit einer Gewinnerwartung von mindestens 90%	115
2.6.2	Tout mit einer Gewinnerwartung von mindestens 85%	118
2.6.3	Tout mit einer Gewinnerwartung von mindestens 80%	121

3	SOLO, WENZ UND FARBWENZ.....	124
3.1	Gewinnwahrscheinlichkeit beim Solo und Farbwenz	124
3.1.1	Alleinspiel mit 9 Trümpfen beim Gegner	131
3.1.2	Alleinspiel mit 8 Trümpfen beim Gegner	134
3.1.3	Alleinspiel mit 7 Trümpfen beim Gegner	140
3.1.4	Alleinspiel mit 6 Trümpfen beim Gegner	146
3.1.5	Alleinspiel mit 5 Trümpfen beim Gegner	152
3.1.6	Alleinspiel mit 4 Trümpfen beim Gegner	157
3.1.7	Alleinspiel mit 3 Trümpfen beim Gegner	161
3.2	Gewinnwahrscheinlichkeit beim Wenz	164
3.2.1	Verteilung der Unter auf Spieler und Gegenspieler	164
3.2.2	Wahrscheinlichkeit des Ziehens fehlender Farbkarten.....	167
3.3	Unsicheres Solo oder sicheres Sauspiel	169
3.4	Was man sich merken sollte.....	172
4	VERTEILUNG VON TRÜMPFEN UND FARBKARTEN.....	174
4.1	Verteilung von Trümpfen und Farbkarten	175
4.1.1	Verteilung von 14 Karten auf drei Spieler	176
4.1.2	Verteilung von 13 Karten auf drei Spieler	178
4.1.3	Verteilung von 12 Karten auf drei Spieler	180
4.1.4	Verteilung von 11 Karten auf drei Spieler	182
4.1.5	Verteilung von 10 Karten auf drei Spieler	184
4.1.6	Verteilung von 9 Karten auf drei Spieler	186
4.1.7	Verteilung von 8 Karten auf drei Spieler	189
4.1.8	Verteilung von 7 Karten auf drei Spieler	192
4.1.9	Verteilung von 6 Karten auf drei Spieler	195
4.1.10	Verteilung von 5 Karten auf drei Spieler	197
4.1.11	Verteilung von 4 Karten auf drei Spieler	200
4.1.12	Verteilung von 3 Karten auf drei Spieler	202
4.1.13	Verteilung von 2 Karten auf drei Spieler	204
4.2	Was man sich merken sollte.....	206

5	SUCHEN UND STECHEN DER RUFSAU.....	208
5.1	Ein Nichtspieler sucht die Rufsau.....	208
5.2	Der Spieler sucht die Rufsau.....	213
5.3	Was man sich merken sollte.....	216
6	DIE FORMELN.....	217
6.1	Kombinatorik und Simulation.....	217
6.2	Formeln zum Kapitel „Der Tout“	217
6.2.1	Formel zu 2.2.1 „Solo-Tout als Ausspieler“	217
6.2.2	Formel zu 2.2.2 „Solo-Tout als Nichtausspieler“	218
6.2.3	Formel zu 2.3.1 „Farbwenz-Tout als Ausspieler“	234
6.2.4	Formel zu 2.3.1 „Farbwenz-Tout als Nichtausspieler“	234
6.2.5	Formel zu 2.4 „Gewinnwahrscheinlichkeit beim Wenz-Tout“	241
6.2.6	Formel zu 2.5 „Unsicherer Tout oder sicheres Alleinspiel“	242
6.3	Formeln zum Kapitel „Solo, Wenz und Farbwenz“.....	243
6.3.1	Formel zu 3.1 „Gewinnwahrscheinlichkeit beim Solo und Farbwenz...“	243
6.3.2	Formel zu 3.2.1 „Verteilung der Unter auf Spieler und Gegenspieler“	245
6.3.3	Formel zu 3.2.2 „Wahrscheinlichkeit des Ziehens fehlen der Farbkarten“	246
6.3.4	Formel zu 3.3 „Unsicheres Solo oder sicheres Sauspiel“	248
6.4	Formeln zum Kapitel „Verteilung von Trümpfen und Farbkarten“	249
6.5	Formeln zum Kapitel „Suchen und Stechen der Rufsau“	250
7	GLOSSAR	257
8	ÜBER DEN AUTOR.....	259

1 Schafkopfen ist kein Glücksspiel

Für viele Schafkopfspieler gehört sie zum eigentlichen Spiel wie ein kühles Bier: Die kurze Diskussion danach. „Wenn die Rufsau durchgegangen wäre, dann ...“, „Hätte ich hier vielleicht doch ein Solo riskieren sollen?“, „Wie konnte ich nur diesen Tout verlieren, der war doch eigentlich todsicher?“. Viele Fragen, auf die es bisher keine fundierten Antworten gab. Das hier vorliegende Buch verbindet nun erstmals das leidenschaftlich-Intuitive des Schafkopfspiels mit dem mathematisch-Exakten der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Dem Autor, natürlich selbst ein leidenschaftlicher Schafkopfspieler, ging es dabei nicht darum, dem Spiel seinen Reiz zu nehmen oder es gar einem formalhaften Schematismus zu unterwerfen. Der Ansatz seiner Arbeit war schlichtweg, annäherungsweise eine Antwort auf die Urfrage jedes Schafkopfspielers geben zu können:

Welche Chancen habe ich mit meinem Blatt?

Wie die meisten Kartenspiele vereint das Schafkopfen Elemente von Glück und Strategie. Im Gegensatz zu manch anderem Kartenspiel zählt das Schafkopfen jedoch nicht zu den Glücksspielen, sondern zu den sogenannten Geschicklichkeitsspielen, weil sein Ausgang im allgemeinen mehr vom Können des Spielers als von Elementen des Zufalls bestimmt wird.

Glück und Zufall sollten beim Schafkopfen nur einmal im Spiel sein, beim Mischen und Abheben. Danach braucht es ein hohes Maß an Konzentration, ein gutes Gedächtnis und nicht zuletzt das richtige Maß an Risikobereitschaft. Der Zusammenhang zwischen Risiko und Erfolg ist beim Schafkopfen nicht anders als im richtigen Leben: wer zu vorsichtig ist, wird auf Dauer ebenso hinter seinen Möglichkeiten zurück bleiben wie derjenige, der immer wieder zuviel riskiert. Die erfolgsversprechenste Strategie besteht im richtigen Mittelweg. Der erfahrene Spieler hat hierfür oftmals ein gutes Gespür, ohne es jedoch in konkrete Zahlen fassen zu können. Und genau das bildet den Ausgangspunkt für unsere mathematischen Betrachtungen von Kartenverteilungen und Gewinnchancen.

Die Ergebnisse dieser Analysen sind exakte Wahrscheinlichkeitswerte für konkrete Spielsituationen. Sie ermöglichen jedem Spieler, ob erst leicht fortgeschritten oder schon jahrelang erfahren, sein Blatt objektiv zu bewerten.

Mit diesem Wissen lassen sich nach und nach bewährte Gewinnstrategien verbessern und neue Erfolgswege finden. Wer am genauesten abzuschätzen vermag, was er seinem Blatt zutrauen darf, welches Blatt für ein Solo gerade noch gut genug ist und bei welchem Blatt er besser auf ein Alleinspiel verzichtet, wird letztendlich erfolgreich sein. Dieses Buch soll dem Leser helfen, sein Gefühl für die richtige Ansage seiner Spiele zu verfeinern, und damit sein Schafkopfspiel nachhaltig zu verbessern:

- Der Leser wird erkennen, welche Einflussfaktoren bei der Beurteilung des eigenen Blatts zu berücksichtigen sind, und die richtige Ansage wählen.
- Der Leser wird lernen, welche Gefahren in bestimmten Spielsituationen gegeneinander abzuwägen sind, und sich für das geringere Risiko entscheiden.
- Der Leser wird verstehen, welche Strategien ein Solospieler anwenden sollte, und potenzielle Schwächen verschiedener Alleinspiele besser einschätzen.

Vor Ihnen liegt ein Buch mit vielen, vielen Zahlen, mit Wahrscheinlichkeiten für verschiedenste Spielsituationen mit Varianten und Untervarianten. Versuchen Sie erst gar nicht, sich all diese Zahlen einzuprägen - das kann kein Mensch. Die Idee ist eine andere: Dieses Buch möchte die Kombination aus einem Lehrwerk und einem Nachschlagewerk sein.

Dieses Buch als Lehrwerk

Über das ganze Buch verteilt finden sich immer wieder kleine Kapitel „Was man sich merken sollte“. Diese Absätze enthalten Merkregeln, die das Wesentliche des vorangegangenen Kapitels zusammenfassen. Lesen Sie den Einführungsteil zu jedem Kapitel und versuchen Sie zu verstehen, worauf es in den besprochenen Situationen jeweils ankommt. Wenn Sie dann nur die abschließenden Merkregeln verstehen und umsetzen, wird sich allein dadurch Ihr Spiel spürbar verbessern.

Eine wichtige Regel gleich am Anfang:

Gehen Sie bei Ihren Entscheidungen im Schafkopf immer von den wahrscheinlichsten Umständen aus und nicht von den ungünstigsten.

Wer immer von der denkbar schlechtesten Verteilung der Karten bei den Gegnern ausgeht, wird zu vorsichtig spielen und damit zu wenige Alleinspiele wagen. Wer hingegen verstanden hat, dass man nicht unbedingt jedes Solo, das man spielt, auch gewinnen muss, wird zwar mehr Solospiele verlieren als der Vorsichtige, dafür aber auch um ein Vielfaches mehr gewinnen - und schließlich als Sieger vom Tisch gehen.

Dieses Buch als Nachschlagewerk

In diesem Buch finden Sie alle wesentlichen¹ Gewinn- und Verteilungswahrscheinlichkeiten des Schafkopfspiels, sofern diese allgemein berechenbar sind. Schlagen Sie für ein interessantes Blatt, das Sie sich - vielleicht nach längerem Nachdenken - zu spielen getraut oder eben nicht getraut haben, die Erfolgswahrscheinlichkeit nach. Mit jeder einzelnen Recherche verbessern Sie Ihr Gespür für die Grenze zwischen „Ich spiele“ und „weiter“. Denn nicht selten trägt einen sein Bauchgefühl, was vielleicht folgende kleine Testaufgaben belegen:

1. Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann Ihr Partner die Rufsau stechen, wenn Sie als Auspieler drei Karten dieser Farbe haben und gleich in der ersten Runde suchen?
2. Wie hoch ist die Gewinnwahrscheinlichkeit für ein Solo-Tout mit 6 Laufenden, der Trumpf-Sau und einer Fehlfarben-Sau, wenn Sie nicht der Auspieler sind?
3. Mit welcher Wahrscheinlichkeit stehen die beiden fehlenden Unter auseinander, wenn Sie als Wenzspieler zwei Unter haben?

¹ Dieses Buch konzentriert sich auf Angaben von Wahrscheinlichkeiten, die dem Leser zur Verbesserung seiner Spielstärke wirklich nützlich sein können. Andere Wahrscheinlichkeiten, wie z. B. die Chance, einen *Sie* zu bekommen (ca. 1:10,5 Millionen), mögen zwar von gewissem Interesse sein, helfen aber für das praktische Spiel nicht weiter.

4. Sie spielen als Auspieler ein Solo mit 3 Laufenden bei 6 Trümpfen und 2 Spatzen: mit welcher Wahrscheinlichkeit fallen alle gegnerischen Trümpfe, wenn Sie dreimal anziehen?
5. Sie spielen einen Wenz-Tout mit der einzigen Schwäche in der Farbe Eichel, von der Sie Sau, Zehn, Ober und die Neun haben. Mit welcher Wahrscheinlichkeit stehen die drei fehlenden Eichel (König, Acht, Sieben) nicht in einer Hand zusammen?

Die Lösungen – gerundet auf volle Prozent – finden Sie in der Fußnote zwei.²

1.1 Für wen ist dieses Buch gedacht

Dieses Buch richtet sich an den fortgeschrittenen, ambitionierten Schafkopfspieler, der durch Wissen um Gewinnchancen und Verteilungswahrscheinlichkeiten sein Spielverständnis erhöhen und seine Spielstärke verbessern möchte. Die Regeln des Spiels werden als bekannt vorausgesetzt, jedoch werden keine mathematischen Kenntnisse erwartet.

1.2 Berechnung der Wahrscheinlichkeiten

Der Großteil der in diesem Buch gezeigten Gewinnwahrscheinlichkeiten basiert auf exakten mathematischen Formeln. Bei manchen Varianten ist die Definition der entsprechenden kombinatorischen Formeln jedoch recht aufwendig. In solchen Fällen wurden die Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe eines Simulationsprogramms bestimmt.

Um die Übersichtlichkeit in den einzelnen Kapiteln nicht zu verlieren, sind die mathematischen Formeln, die den Berechnungen der Wahrscheinlichkeiten zugrunde liegen, in einem eigenen Kapitel am Ende dieses Buches zusammengefasst. Dieses Kapitel 6 „Die Formeln“ ist als Ergänzung für mathematisch interessierte Leser gedacht und zum Verständnis der restlichen Kapitel nicht notwendig.

² Lösungen zu Kap. 1: 1. Siebenundvierzig; 2. Sechsendachtzig; 3. Neunundsechzig; 4. Sechsendreißig; 5. Zweiundneunzig

Die gezeigten Wahrscheinlichkeitswerte sind auf eine Nachkommastelle gerundet. Alle Berechnungen basieren auf dem sogenannten „langen Schafkopf“ mit 32 Karten.

1.3 Anmerkungen zur Notation

Wenz und Geier

In vielen Spielgemeinschaften werden neben Wenz und Farbwenz auch Geier und Farbgeier gespielt. Diese Spiele unterscheiden sich letztendlich nur in der Art der Herren, im ersten Fall sind es die Unter, im zweiten die Ober. Für die Berechnungen der Gewinn- und Verteilungswahrscheinlichkeiten ist dieser Unterschied belanglos, da es in den vergleichbaren Spielen jeweils gleich viele Trümpfe bzw. Farbkarten gibt.

Die mathematischen Formeln für Geier und Farbgeier sind identisch zu den Formeln von Wenz und Farbwenz, und somit gelten die für Wenz und Farbwenz gezeigten Wahrscheinlichkeiten sowie die daraus abgeleiteten Aussagen analog für Geier und Farbgeier.

Herz ist Trumpf

Zur Vereinheitlichung der Darstellung wird in allen gezeigten Beispielen willkürlich Herz als Trumpffarbe für Solospiele und Farbwenzen gewählt. Hat der Toutspieler eine Fehlfarbe, dann wird dafür in den Beispielen willkürlich Eichel genommen, bei zwei Fehlfarben Eichel und Gras, bei drei Fehlfarben Eichel, Gras und Schelln.

Spieler 1 an Position 1

Bei vielen der beschriebenen Varianten spielt die Position des Alleinspielers eine wichtige Rolle. Um auch hier die Beschreibung zu vereinheitlichen, werden folgende Begriffe benützt:

- Spieler 1 (sitzt an Position 1), ..., Spieler 4 (sitzt an Position 4)
- Ausspieler (Spieler an Position 1)
- Nichtausspieler (Spieler an Position 2, 3 oder 4)
- Spieler in Mittelhand (Spieler an Position 2 oder 3)

2 Der Tout

Glaukt ein Spieler, mit dem Blatt in seinen Händen in einem Alleinspiel alle Stiche machen zu können, sagt er ein Solo-Tout, einen Farbwenz-Tout oder einen Wenz-Tout an. Als Lohn für das erhöhte Risiko, bereits durch Abgeben eines einzigen Stichs sein Spiel zu verlieren, erwartet ihn die Verdoppelung seiner Siegprämie.

Bei den Berechnungen der Gewinnwahrscheinlichkeiten finden sich viele Gemeinsamkeiten zwischen Solo- und Farbwenz-Tout, bei denen es neben den acht bzw. vier Herren eine Trumpffarbe und drei Fehlfarben gibt. Der Wenz-Tout mit seinen lediglich vier Trümpfen hat eigene Gesetze, da es hier statt einer Trumpffarbe eine vierte Farbe gibt. Der Wenz-Tout wird daher getrennt betrachtet.

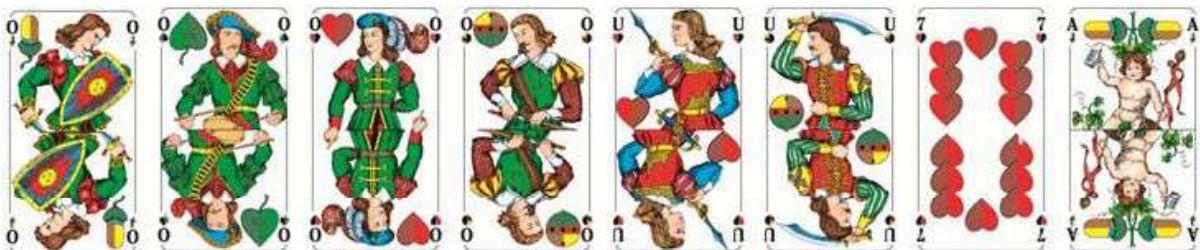
Solo- und Farbwenz-Tout

Beim Solo- und Farbwenz-Tout gibt es drei Größen, welche die Gewinnwahrscheinlichkeit des Tout entscheidend bestimmen:

- die Anzahl T der Trümpfe des Toutspielers
- die Anzahl L der Laufenden des Toutspielers
- die Anzahl S der Schwachstellen des Toutspielers

Unter den Schwachstellen des Toutspielers wollen wir die fehlenden Trümpfe zwischen dem kleinsten Laufenden und dem nächst höheren Trumpf verstehen.

Hier ein Beispiel:



Der Toutspieler hat vier Laufende ($L=4$). Die danach fehlenden beiden Trümpfe (Eichel- und Gras-Unter) sind seine Schwachstellen ($S=2$). Zusätzlich hat er mit Herz-Unter, Schelln-Unter und Herz-Sieben drei weitere, also insgesamt sieben Trümpfe ($T=7$), dazu als Fehlfarbe die Eichel-Sau.

Die Anzahl der Schwachstellen wird dann interessant, wenn einer der Gegenspieler mehr Trümpfe hat als der Toutspieler Laufende. Mit der Anzahl der Schwachstellen steigt dann auch die Wahrscheinlichkeit, dass einem Gegenspieler nach dem Anziehen aller Laufenden ein Trumpf stehen bleibt, der größer ist als der höchste dem Toutspieler verbleibende Trumpf, also größer als dessen höchster Nicht-Laufende.

Zur Vereinheitlichung der Berechnungen wird dabei angenommen, dass die Trümpfe des Toutspielers, die keine Laufenden sind, unmittelbar auf die „Schwachstellen“ folgen, also nach den Laufenden und den Schwachstellen die höchsten Karten sind. Dem Toutspieler wird jedoch immer die Trumpf-Sieben zugeordnet, um zu begründen, warum er ein Solo dieser Farbe spielt.

Wenz-Tout

Beim farblosen Wenz-Tout sind die Kombinationsmöglichkeiten der Trümpfe eher beschränkt. Dafür ist hier das Beiblatt umso interessanter. Sind beim Solo- und Farbwenz-Tout die „Fehlfarben“, sofern überhaupt vorhanden, in der Regel nur Sauen oder Sau-Zehn-Kombinationen, die nur mit einem Trumpf gestochen werden können, so droht beim normalen Wenz-Tout gelegentlich auch der Verlust durch einen Farbstich. Hat der Toutspieler zum Beispiel in einer Farbe Sau, Zehn, Ober und Neun, so kann er verlieren, wenn bei einem der Gegner König, Acht und Sieben dieser Farbe zusammenstehen.

2.1 Gefahren beim Tout

Die wenigsten der gespielten Tout sind wirklich „todsicher“. In den meisten Fällen besteht ein Restrisiko, den Tout durch eine „unglückliche“ Verteilung der Karten bei den Gegenspielern zu verlieren.

Prinzipiell können wir vier verschiedene Risiken unterscheiden, die einem Toutspieler gefährlich werden können:

Gefahr G1:

Ein einzelner Gegenspieler hat den Großteil der gegnerischen Trümpfe. Nachdem der Toutspieler alle Laufenden gezogen hat, verbleibt diesem Gegenspieler mindestens ein hoher Trumpf zum Stechen.

Gefahr G2:

Der Toutspieler ist in Mittelhand. Ein Gegenspieler spielt (in der ersten Runde) eine Farbe aus, die der Toutspieler nicht hat. Der Toutspieler sticht nicht mit einem Laufenden, sondern mit einem kleineren Trumpf ein. Ein hinter ihm sitzender Gegenspieler ist diese Farbe ebenfalls frei und kann ihn überstechen.

Gefahr G3:

Der Toutspieler ist in Mittel- oder Hinterhand. Ein Gegenspieler spielt (in der ersten Runde) eine Farbe aus, von welcher der Toutspieler die Sau hat. Ein anderer Gegenspieler ist diese Farbe frei und kann einstechen.

Gefahr G4:

Der Toutspieler hat von einer Farbe mehrere Karten, jedoch nicht nur die höchsten (z.B. Sau - Zehn - Ober - Neun). Ein Gegenspieler hat ebenfalls mehrere Karten dieser Farbe (z.B. König - Acht - Sieben) und kann einen Farbstich machen.

Nur in den wenigsten Fällen bestehen bei einem Tout alle vier Gefahren gleichzeitig. Welche Risiken jeweils zu beachten sind, ist von der Art des Tout (Solo, Farbwenz oder Wenz) und der Position des Toutspielers abhängig:

	Toutspieler an Position 1 (Ausspieler)	Toutspieler an Position 2 (Mittelhand)	Toutspieler an Position 3 (Mittelhand)	Toutspieler an Position 4 (Hinterhand)
Solo	G1	G1, G2, G3	G1, G2, G3	G1, G3
Farbwenz	G1	G1, G2, G3	G1, G2, G3	G1, G3
Wenz	G1, G4	G1, G2, G3, G4	G1, G2, G3, G4	G1, G3, G4

Gefahren beim Tout je nach Art des Tout und der Position des Toutspielers.

Bereits hier ist zu erkennen, dass der gleiche Tout an Position 1 sicherer ist als an jeder anderen Position. Der zweitbeste Platz für einen Tout ist die Hinterhand. Später werden wir sehen, dass von den ungünstigen Positionen 2 und 3 die Position 2 sogar noch etwas schlechter ist als die Position 3.

2.2 Gewinnwahrscheinlichkeit beim Solo-Tout

2.2.1 Solo-Tout als Auspieler

Situation:

Spieler 1 möchte als Auspieler ein Solo-Tout spielen. Er hat insgesamt T Trümpfe, davon sind L Laufende. Nach den Laufenden fehlen ihm die S nächst höheren Karten („Schwachstellen“), danach kommen die restlichen Trümpfe.

Seine Nicht-Trümpfe sind hinreichend hohe Farbkarten, die nicht von anderen Farbkarten gestochen werden können.

Gefahr G1³:

Der Toutspieler verliert, wenn ein Gegenspieler (mindestens) eine der Schwachstellenkarten und insgesamt (mindestens) einen Trumpf mehr als der Toutspieler Laufende hat.

Gefahr G2:

hier nicht relevant

Gefahr G3:

hier nicht relevant

Gefahr G4:

hier nicht relevant

³ Beschreibung der Gefahren in Kapitel 2.1 „Gefahren beim Tout“

2.2.1.1 Solo-Tout als Auspieler mit 8 Trümpfen

Solo-Tout als Auspieler, 8 Trümpfe						
	S=1	S=2	S=3	S=4	S=5	S=6
L=7	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%
L=6	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%
L=5	99,9%	99,9%	99,9%	99,9%	99,9%	99,9%
L=4	98,3%	97,9%	97,9%	97,9%	97,9%	97,9%
L=3	85,8%	80,5%	79,2%	79,2%	79,2%	79,2%

Gewinnwahrscheinlichkeit eines Solo-Tout als Auspieler mit L Laufenden und S Schwachstellen bei insgesamt 8 Trümpfen

Beispiel:



Der Toutspieler hat vier Laufende (L=4), dann fehlen ihm die nächsten beiden Trümpfe (Eichel-Unter und Gras-Unter, S=2), dazu hat er vier weitere Trümpfe (Herz-Unter, Schelln-Unter, Herz-Sau und Herz-Sieben), also insgesamt acht Trümpfe (T=8). Die Gewinnwahrscheinlichkeit beträgt 97,9%.

2.2.1.2 Solo-Tout als Auspieler mit 7 Trümpfen

Solo-Tout als Auspieler, 7 Trümpfe							
	S=1	S=2	S=3	S=4	S=5	S=6	S=7
L=6	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%
L=5	99,7%	99,6%	99,6%	99,6%	99,6%	99,6%	99,6%
L=4	95,5%	94,1%	93,8%	93,8%	93,8%	93,8%	93,8%
L=3	76,1%	64,9%	60,8%	59,8%	59,8%	59,8%	59,8%

Gewinnwahrscheinlichkeit eines Solo-Tout als Auspieler mit L Laufenden und S Schwachstellen bei insgesamt 7 Trümpfen

Beispiel:



Der Toutspieler hat vier Laufende (L=4), dann fehlen ihm die nächsten beiden Trümpfe (Eichel-Unter und Gras-Unter, S=2), dazu hat er drei weitere Trümpfe (Herz-Unter, Schelln-Unter und Herz-Sieben), also insgesamt sieben Trümpfe (T=7), dazu Eichel-Sau. Die Gewinnwahrscheinlichkeit beträgt 94,1%.

2.2.1.3 Solo-Tout als Auspieler mit 6 Trümpfen

Solo-Tout als Auspieler, 6 Trümpfe								
	S=1	S=2	S=3	S=4	S=5	S=6	S=7	S=8
L=5	98,9%	98,6%	98,6%	98,6%	98,6%	98,6%	98,6%	98,6%
L=4	90,9%	87,2%	86,0%	85,8%	85,8%	85,8%	85,8%	85,8%
L=3	64,9%	47,5%	39,5%	36,5%	35,8%	35,8%	35,8%	35,8%

Gewinnwahrscheinlichkeit eines Solo-Tout als Auspieler mit L Laufenden und S Schwachstellen bei insgesamt 6 Trümpfen

Beispiel:



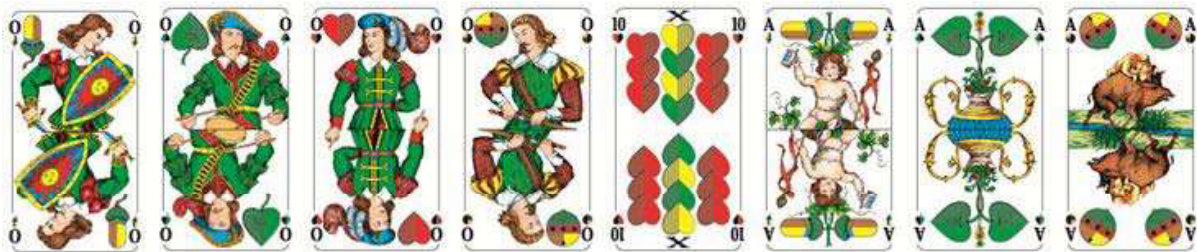
Der Toutspieler hat vier Laufende (L=4), dann fehlen ihm die nächsten beiden Trümpfe (Eichel-Unter und Gras-Unter, S=2), dazu hat er zwei weitere Trümpfe (Herz-Unter und Herz-Sieben), also insgesamt sechs Trümpfe (T=6), dazu Eichel- und Gras-Sau. Die Gewinnwahrscheinlichkeit beträgt 87,2%.

2.2.1.4 Solo-Tout als Ausspieler mit 5 Trümpfen

Solo-Tout als Ausspieler, 5 Trümpfe					
	S=4	S=5	S=6	S=7	S=8
L=4	73,0%	72,8%	72,8%	72,8%	72,8%

Gewinnwahrscheinlichkeit eines Solo-Tout als Ausspieler mit L Laufenden und S Schwachstellen bei insgesamt 5 Trümpfen

Beispiel:



Der Toutspieler hat vier Laufende (L=4) und die Herz-Zehn (S=5), also insgesamt fünf Trümpfe (T=5), dazu Eichel-, Gras- und Schelln-Sau. Der fünfte Trumpf ist in dieser Variante kein Unter, da ansonsten der Toutspieler ja eine seiner Farben zum Trumpf machen und damit ein Solo-Tout mit sechs Trümpfen (siehe vorheriges Kapitel) spielen würde. Die Gewinnwahrscheinlichkeit beträgt 72,8%.

2.2.2 Solo-Tout als Nichtausspieler

Situation:

Ein Spieler an Position 2, 3 oder 4 möchte ein Solo-Tout spielen. Er hat insgesamt T Trümpfe, davon sind L Laufende. Nach den Laufenden fehlen ihm die S nächst höheren Karten („Schwachstellen“), danach kommen seine restlichen Trümpfe.

Seine Nicht-Trümpfe sind hinreichend hohe Farbkarten (eine oder mehrere Sauen oder eine Sau mit zugehöriger Zehn), die nicht von anderen Farbkarten gestochen werden können.

Gefahr G1⁴:

Falls in der ersten Runde eine Farbe gespielt wird, die der Toutspieler hat und dieser den Stich mit der Farbsau macht, verliert der Toutspieler nur noch, wenn einer der Gegenspieler (mindestens) einen Trumpf mehr als er selbst Laufende hat und unter diesen Trümpfen eine der Schwachstellen des Toutspielers ist.

Falls in der ersten Runde eine Farbe gespielt wird, die der Toutspieler nicht hat, sticht er wahlweise mit einem Laufenden oder seinem höchsten Nicht-Laufenden ein (siehe Gefahr G2). Je nachdem verbleiben ihm anschließend L bzw. $L-1$ Laufende und er verliert, wenn einer der Gegenspieler (mindestens) einen Trumpf mehr hat als dem Toutspieler Laufende verblieben sind und unter diesen Trümpfen eine der Schwachstellen des Toutspielers ist.

Gefahr G2:

Wird in der ersten Runde eine Farbe angespielt, die der Toutspieler nicht hat, muss er sich entscheiden, ob er mit einem seiner Laufenden oder mit seinem höchsten Nicht-Laufenden einsticht. Im ersten Fall kann er von keinem der Hintermänner überstochen werden, auch wenn einer von ihnen die angespielte Farbe ebenfalls frei wäre. Allerdings bleibt ihm dann ein Laufender weniger, um anschließend seinen Gegnern ihre Trümpfe zu ziehen.

⁴ Beschreibung der Gefahren in Kapitel 2.1 "Gefahren beim Tout"

Sticht der Toutspieler auf die freie Farbe mit seinem höchsten Nicht-Laufenden ein, riskiert er, von einem ebenfalls freien Hintermann überstochen zu werden. Er kann jedoch, sollte er den ersten Stich machen, einmal öfter anziehen als im ersten Fall.

Gefahr G3:

Der Toutspieler verliert, wenn er in der ersten Runde die ausgespielte Karte mit einer Sau bedienen muss und ein Gegenspieler frei ist und einstechen kann.

Gefahr G4:

hier nicht relevant

Die Fehlfarbe als das größte Risiko beim Tout in Mittel- oder Hinterhand

Kann ein Toutspieler an Position 1 zunächst alle gegnerischen Trümpfe ziehen, ist seine Fehlfarben-Sau nicht mehr zu stechen. Beim Tout in Mittel- oder Hinterhand hingegen ist eine Fehlfarbensau der Hauptangriffspunkt der Gegner und stellt in der Regel die größte Gefahr für den Toutspieler dar. Der Gegner an Position 1 hofft eine Farbe zu treffen, die der Toutspieler mit einer Sau bedienen muss. Ist dann ein anderer Gegenspieler diese Farbe frei, wird er, ob er nun vor oder hinter dem Toutspieler sitzt, einstechen und den Tout für die Gegenseite gewinnen.

Eigentlich gibt es nur drei Fehlfarbenkombinationen, bei denen überhaupt ein Solo-Tout in Mittel- oder Hinterhand in Frage kommt:

- eine Sau
- eine Sau mit zugehöriger Zehn
- zwei Sauen

Durch Simulationen wurde für jede dieser Fehlfarbenkombinationen ermittelt, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Gegenspieler die Fehlfarbe des Toutspielers anspielen und auch stechen.

2.2.3 Was man sich merken sollte

Merkregel für einen Solo-Toutspieler als Ausspieler:

Ein Solo-Tout als Ausspieler erreicht eine vernünftige Gewinnwahrscheinlichkeit von mindestens 90%⁵, wenn der Toutspieler eine der folgenden Kombinationen hat:

7 oder 8 Trümpfe mit 4 Laufenden

oder

6 Trümpfe mit 5 Laufenden

Merkregel für einen Solo-Toutspieler in Mittelhand:

Ein Solo-Tout in Mittelhand erreicht eine vernünftige Gewinnwahrscheinlichkeit von mindestens 90%, wenn der Toutspieler eine der folgenden Kombinationen hat:

8 Trümpfe mit 5 Laufenden

oder

8 Trümpfe mit 4 Laufenden und Gras-Unter

Ein Solo-Toutspieler in Mittelhand sticht auf eine freie Farbe im ersten Anspiel nur dann mit einem Laufenden ein, wenn er mindestens 5 Laufende hat. Hat er nur 3 oder 4 Laufende, nimmt er dazu besser seinen höchsten Nicht-Laufenden.

⁵ vgl. Kapitel 2.5 " Unsicherer Tout oder sicheres Alleinspiel"

Merkregel für einen Solo-Toutspieler in Hinterhand:

Ein Solo-Tout in Hinterhand erreicht eine vernünftige Gewinnwahrscheinlichkeit von mindestens 90%, wenn der Toutspieler folgende Kombination hat:

8 Trümpfe mit 4 Laufenden

Merkregel für einen Solo-Toutspieler als Nichtausspieler:

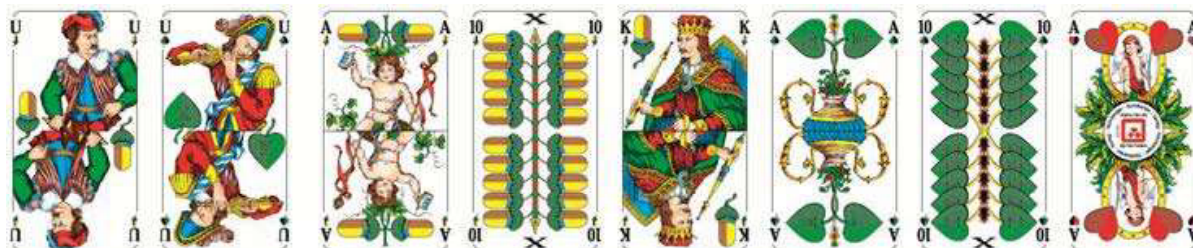
Die Gewinnwahrscheinlichkeit eines Solo-Tout als Nichtausspieler, also in Mittel- oder Hinterhand, mit weniger als 8 Trümpfen beträgt auch bei bestmöglichen Trumpfkarten **höchstens 86%** und ist daher gut zu überlegen.

Merkregel für den Gegenspieler an Position 1 (Ausspieler) gegen ein Solo-Tout:

Der Hauptangriffspunkt gegen ein Solo-Tout eines Nichtausspielers ist eine mögliche Fehlfarbensau des Toutspielers (Gefahr G3). Um diese zu fangen, bringt der Gegenspieler an Position 1 eine Karte seiner **längsten Farbe**, von der er aber die Sau nicht selbst haben sollte.

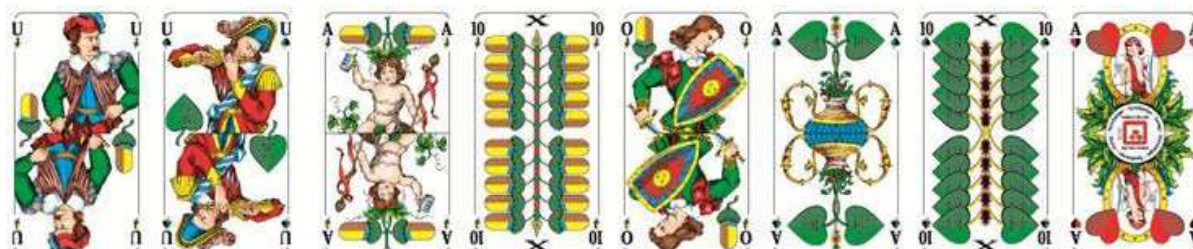
2.4.4.4 Wenz-Tout mit 2 Untern und einer 3-2-1-Farbkombination

Variante A1:



Der Toutspieler hat Eichel-Unter, Gras-Unter, Eichel: Sau, Zehn, König; Gras: Sau, Zehn; Herz: Sau.

Variante A2:



Der Toutspieler hat Eichel-Unter, Gras-Unter, Eichel: Sau, Zehn, Ober; Gras: Sau, Zehn; Herz: Sau.

Einzelne Gefahren

Gefahr G2	Variante A1	Variante A2
Wahrscheinlichkeit, dass eine Farbe angespielt wird, die der Toutspieler nicht hat. Der Toutspieler sticht mit dem Gras-Unter ein.		22,3%
Wahrscheinlichkeit, dass der Toutspieler mit seinem verbleibendem Eichel-Unter nicht beide gegnerischen Unter ziehen kann und deswegen den Tout verliert.		6,8%

Gefahr G3	Variante A1	Variante A2
Wahrscheinlichkeit, dass Spieler 1 Eichel als seine längste Farbe anspielt		14,7%
Wahrscheinlichkeit, dass Spieler 1 Gras als seine längste Farbe anspielt		25,0%
Wahrscheinlichkeit, dass Spieler 1 Herz als seine längste Farbe anspielt		38,0%
Wahrscheinlichkeit, dass Eichel, Gras oder Herz angespielt wird, ein Gegenspieler mit einem Unter einsticht und der Toutspieler verliert, weil er die Farbe bedienen muss		18,7%

Gefahr G4	Variante A1	Variante A2
Wahrscheinlichkeit, dass die Gegner einen Stich mit einer Farbkarte machen, wenn der Toutspieler an Position 2 oder 3 sitzt	0,0%	20,9%
Wahrscheinlichkeit, dass die Gegner einen Stich mit einer Farbkarte machen, wenn der Toutspieler an Position 4 sitzt (keine Gefahr G4 bei Anspiel von Eichel)	0,0%	17,8%

Gewinnwahrscheinlichkeit

	Variante A1	Variante A2
Wahrscheinlichkeit, dass der Toutspieler an Position 2 oder 3 gewinnt	75,8%	60,0%
Wahrscheinlichkeit, dass der Toutspieler an Position 4 gewinnt	75,8%	62,3%

Wenz-Tout als Nichtausspieler mit 2 Untern und einer 3-2-1-Farbkombination. Wahrscheinlichkeiten auf Basis einer Simulation

3.1.5 Alleinspiel mit 5 Trümpfen beim Gegner

Der Alleinspieler hat einen Farbweiz mit 6 Trümpfen und 1 fehlenden hohen Karte.

Die Gegner haben $G=5$ Trümpfe, dem Alleinspieler fehlt $F=1$ hohe Karte.

	$f=1$
$g=5$	99,6%
$g=4$	93,3%
$g=3$	64,8%
$g=2$	20,6%
$g=1$	0,0%

Gewinnwahrscheinlichkeit eines Farbweiz, bei dem die Gegenspieler zusammen 5 Trümpfe ($G=5$) haben und dem Alleinspieler 1 hoher Trumpf ($F=1$) fehlt und der nur verloren gehen würde, wenn ein Gegenspieler den fehlenden hohen Trumpf und insgesamt (mindestens) g Trümpfe hat.

Beispiel:



Der Farbweizspieler als Ausspieler hat zwei Laufende, dann fehlen ihm der nächste Trumpf (Herz-Unter) ($F=1$), dazu hat er vier weitere Trümpfe. Somit hat er sechs Trümpfe, seine Gegner haben zusammen fünf ($G=5$). Er würde verlieren, wenn der eine ($f=1$) fehlende hohe Trumpf (Herz-Unter) dreimal steht ($g=3$). Ansonsten machen die Gegner nur zwei Farbstiche. Die Wahrscheinlichkeit, dass die gegnerischen Trümpfe für den Solospieler günstig verteilt sind, beträgt 64,8%.

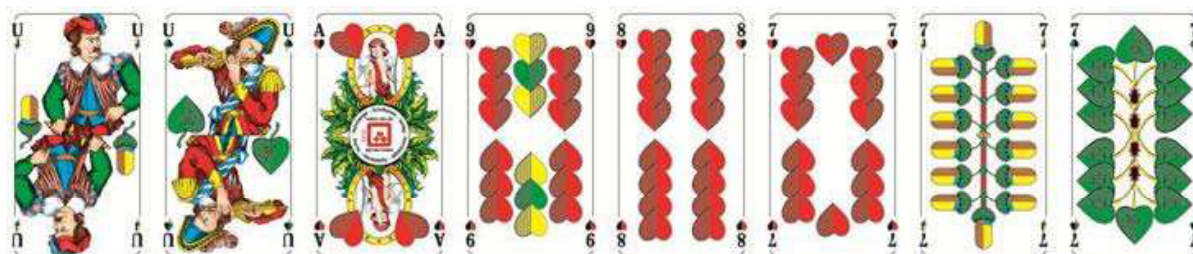
Der Alleinspieler hat einen Farbweinz mit 6 Trümpfen und 2 fehlenden hohen Karten.

Die Gegner haben $G=5$ Trümpfe, dem Alleinspieler fehlen $F=2$ hohe Karten.

	f=1	f=2
g=5	99,6%	99,6%
g=4	91,7%	94,9%
g=3	49,0%	80,6%
g=2	2,5%	69,6%
g=1	0,0%	

Gewinnwahrscheinlichkeit eines Farbweinz, bei dem die Gegenspieler zusammen 5 Trümpfe ($G=5$) haben und dem Alleinspieler 2 hohe Trümpfe ($F=2$) fehlen und der nur verloren gehen würde, wenn bei einem der Gegenspieler f der fehlenden hohen Trümpfe zusammenstehen und dieser Spieler insgesamt (mindestens) g Trümpfe hat.

Beispiel:



Der Farbweinzspieler als Ausspieler hat zwei Laufende, dann fehlen ihm die zwei nächsten Trümpfe (Herz-Unter und Schelln-Unter, $F=2$), dazu hat er vier weitere Trümpfe. Somit hat er sechs Trümpfe, seine Gegner haben zusammen fünf ($G=5$). Er würde verlieren, wenn einer ($f=1$) der beiden fehlenden hohen Trümpfe dreimal steht ($g=3$). Ansonsten machen die Gegner nur zwei Farbstiche. Die Wahrscheinlichkeit, dass die gegnerischen Trümpfe für den Solospieler günstig verteilt sind, beträgt 49,0%.

4.1.9 Verteilung von 6 Karten auf drei Spieler

Beispiele:

Der Spieler hat ein Solo oder Sauspiel mit 8 Trümpfen. Wie verteilen sich die restlichen 6 Trümpfe auf die drei anderen Spieler?

Der Spieler hat einen Farbweiz mit 5 Trümpfen. Wie verteilen sich die restlichen 6 Trümpfe auf die drei anderen Spieler?

Der Spieler hat ein Solo oder Sauspiel ohne eine Eichel-Karte. Wie verteilen sich die restlichen 6 Eichel-Karten auf die drei anderen Spieler?

Der Spieler hat einen Wenz oder Farbweiz mit 1 Eichel-Karte. Wie verteilen sich die restlichen 6 Eichel-Karten auf die drei anderen Spieler?

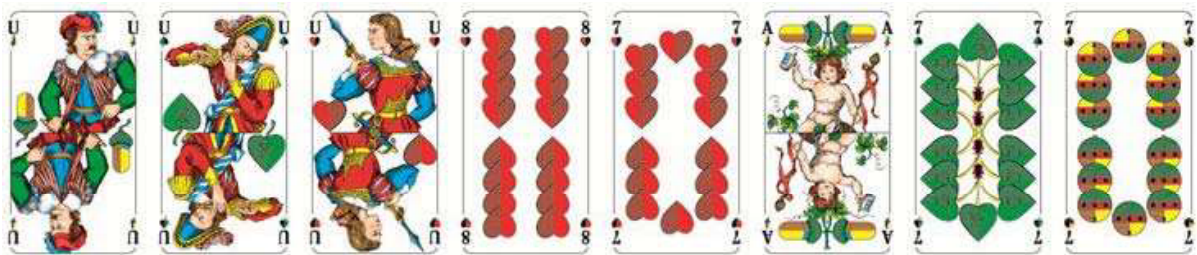
Verteilung von 6 bestimmten Karten auf drei Mitspieler			Wahrscheinlichkeit der Kombination
6	0	0	0,1%
5	1	0	2,0%
4	2	0	8,7%
4	1	1	10,0%
3	3	0	7,0%
3	2	1	55,9%
2	2	2	16,3%

Wahrscheinlichkeit der Kombinationen, mit der 6 bestimmte Karten auf drei Spieler verteilt sein können.

Wahrscheinlichkeit, dass der Mitspieler mit den meisten dieser 6 Karten genau n dieser Karten hat	... höchstens n dieser Karten hat	... mindestens n dieser Karten hat
n=6	0,1%	100,0%	0,1%
n=5	2,0%	99,9%	2,1%
n=4	18,7%	97,9%	20,8%
n=3	62,9%	79,2%	83,7%
n=2	16,3%	16,3%	100,0%

Wahrscheinlichkeit, mit welcher derjenige der drei Mitspieler, der am meisten von diesen 6 bestimmten Karten hat, genau / höchstens / mindestens n von diesen Karten hat.

Beispiel für einen Farbweinz, den man durchaus riskieren sollte



Der Farbweinzspieler als Ausspieler hat 3 Laufende, 2 kleine Trümpfe, Eichel-Sau und 2 Spatzen. Die Gegner haben zusammen 6 Trümpfe. Er gewinnt, wenn der trumpfstärkste Gegenspieler höchstens 3 Trümpfe hat, denn dann machen die Gegner nur 2 Farbstiche. Die Gewinnwahrscheinlichkeit beträgt 79,2%.

5.2 Der Spieler sucht die Rufsau

Was ist nun dran am oft gehörten Spruch „*Der Dumme sucht's selber.*“, der sagen will, dass der Rufende seine Rufsau nicht selber suchen soll?

Falsch wäre es zu glauben, dass es egal sei, ob der Nichtspieler oder der Spieler sucht, frei nach dem Motto „Wenn's geht, dann geht's und wenn's nicht geht, dann wär's so auch nicht gegangen.“. Ein einfaches Beispiel zeigt, dass es sehr wohl einen Unterschied macht:

Hat die spielende Partei zusammen alle sechs Ruffarbenkarten, dann könnten die Nichtspieler gar nicht suchen, aber beide könnten die Rufsau stechen. Ein voreiliges „selber suchen“ wäre hier also offensichtlich ein grober Fehler. Aus dem gleichen Grund sollte auch der gerufene Mitspieler die Rufsau erst bringen, wenn die Trümpfe im wesentlichen vom Tisch sind.

Noch entscheidender als der im Beispiel gezeigte Sonderfall ist, dass beim Suchen durch den Spieler nun nicht ein bestimmter Gegenspieler die Ruffarbe frei sein muss, nämlich der Partner des Suchenden, sondern dass es genügt, wenn einer der beiden Gegenspieler die Ruffarbe frei ist. Die Gegenspieler haben sozusagen jetzt zweimal die Chance zu stechen. Durch diesen Umstand verschlechtert sich die „Überlebenswahrscheinlichkeit“ der gerufenen Sau erheblich, was die folgende Gegenüberstellung veranschaulicht.

Anzahl der Karten der Ruffarbe beim suchenden Spieler	Wahrscheinlichkeit, dass ein Nichtspieler die Ruffarbe frei ist, wenn ein <i>Spieler</i> sucht.	Wahrscheinlichkeit, dass ein Nichtspieler die Ruffarbe frei ist, wenn ein <i>Nichtspieler</i> sucht.
1	30,4%	10,6%
2	49,4%	22,5%
3	74,7%	47,8%
4	100,0%	100,0%

Wahrscheinlichkeit, dass ein Nichtspieler die Ruffarbe frei ist in Abhängigkeit von der Anzahl der Ruffarbenkarten beim Suchenden, einmal im Fall, dass der Spieler selber sucht und zum Vergleich, wenn einer der Nichtspieler sucht.

Augenfällig ist hier sofort das bis zu **dreimal höhere Risiko**, dass die Rufsau gestochen wird, wenn der Spieler selber sucht. „*Der Dumme sucht's selber.*“ fasst unser Ergebnis also gut zusammen.

Auch in diesem Fall ist „die Ruffarbe frei sein“ und „die Rufsau stechen können“ nur dann das Gleiche, wenn man auch einen Trumpf zum Stechen hat. Die letzte Tabelle dieses Kapitels zeigt eine Gesamtübersicht, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Nichtspieler die Rufsau stechen kann, wenn der Spieler selber sucht, in der berücksichtigt wird, wie oft der suchende Spieler die Ruffarbe hat und wie viele Trümpfe der Nichtspieler bereits zugegeben hat.

6 Die Formeln

6.1 Kombinatorik und Simulation

Mathematische Formeln

Das mathematische Fachgebiet der Kombinatorik, genauer das Teilgebiet der sogenannten abzählenden Kombinatorik, liefert die Grundlage zu den Theorien und Formeln, die zur Berechnung der Gewinnwahrscheinlichkeiten in diesem Buch verwendet wurden. Eine allgemeine Einführung in die Kombinatorik würde an dieser Stelle zu weit führen. Hier sei auf weiterführende Literatur und das Internet verwiesen.

Simulation

Bei manchen Varianten gestaltet sich die Berechnung mittels kombinatorischer Formeln aufwendig oder schwierig. In diesen Fällen wurden die Wahrscheinlichkeiten durch Simulationen ermittelt. Mit Hilfe eines Zufallsgenerators wurden dazu pro Simulation jeweils 10.000 Spiele „ausgeteilt“ und jedes dieser Spiele dahin gehend bewertet, ob es die zu untersuchende Eigenschaft erfüllt oder nicht. Die relative Häufigkeit, also das Verhältnis der Anzahl der „erfolgreichen“ zur Anzahl der betrachteten Spiele, entspricht dann aufgrund der hinreichend großen Zahl bewerteter Spiele der gesuchten Wahrscheinlichkeit der untersuchten Eigenschaft.

Vergleiche von exakt berechneten Ergebnissen mit Ergebnissen, die mit Hilfe des Simulators ermittelt wurden, zeigen, dass die Ungenauigkeit der Simulatorergebnisse im Bereich von $\pm 1\%$ liegt und somit wohl vernachlässigbar ist.

6.2 Formeln zum Kapitel „Der Tout“

6.2.1 Formel zu 2.2.1 „Solo-Tout als Ausspieler“

Die Werte und Formeln in diesem Kapitel sind prinzipiell die gleichen wie im Kapitel 6.3 „Solo, Wenz und Farbwenz“. Der Tout ist in diesem Sinne ein Spezialfall, bei dem der Toutspieler bereits verliert, wenn ein Gegenspieler mit einer einzigen Schwachstellenkarte zum Stechen kommt, also der Spezialfall ($F=S$, $f=1$, $g=L+1$).

6.2.2 Formel zu 2.2.2 „Solo-Tout als Nichtausspieler“

Der Formelansatz unterscheidet drei Fälle, die sich vom Spielverlauf ableiten bis zu dem Moment, in dem der Toutspieler in der ersten Runde eine Karte zugeben muss:

Fall 1: Es wird eine Farbe gespielt, von welcher der Toutspieler eine Fehlfarben-Sau hat. Der Toutspieler sticht mit dieser Sau ein.

Fall 2: Es wird eine Farbe gespielt, die der Toutspieler frei ist. Ein Vordermann ist ebenfalls frei und sticht mit einem Schwachstellentrumpf ein.

Der Toutspieler übernimmt mit einem Laufenden.

Fall 3: Es wird eine Farbe gespielt, die der Toutspieler frei ist. Der oder die Vordermänner müssen die Farbe bedienen oder stechen nur mit einem kleinen Trumpf ein, d.h. mit einem Trumpf, der kleiner ist als der höchste Nicht-Laufende des Toutspielers.

Im Fall 3 gibt es für den Toutspieler nun zwei Entscheidungsmöglichkeiten:

Fall 3a: Er sticht mit einem Laufenden ein.

Fall 3b: Er sticht mit einem Nicht-Laufenden ein. In Mittelhand nimmt er dazu seinen höchsten Nicht-Laufenden, in Hinterhand einen möglichst kleinen Trumpf.

In den Fällen 1 und 2 ist die Vorgehensweise des Toutspielers festgelegt. Aufgrund der Wahlmöglichkeit im Fall 3 gibt es im allgemeinen Fall für den Toutspieler zwei Alternativen mit zwei unterschiedlichen Gewinnwahrscheinlichkeiten:

Alternative 1: Einstechen im Fall 3 mit einem Laufenden

Alternative 2: Einstechen im Fall 3 mit einem Nicht-Laufenden

Definition der Wahrscheinlichkeiten:

Ausspiel einer bestimmten Farbe:

P_{AS}: Wahrscheinlichkeit, dass Spieler 1 eine Farbe ausspielt, von welcher der Toutspieler die Sau hat.

P_{AF}: Wahrscheinlichkeit, dass Spieler 1 eine Farbe ausspielt, die der Toutspieler frei ist.

Beachte: P_{AS} und P_{AF} ergänzen sich zu 100 %.

Einstecken mit einem Schwachstellentrumpf:

P_{EST}: Wahrscheinlichkeit, dass ein Vordermann die angespielte Farbe frei ist und mit einem Schwachstellentrumpf einstecken kann¹⁵

Stechen mit einer bestimmten Karte:

P_{SS}: Wahrscheinlichkeit, dass kein Gegenspieler die angespielte Farbe frei ist und einstecken kann, wenn der Toutspieler mit seiner (Farb-) Sau einstecken muss.

P_{SL}: Wahrscheinlichkeit, dass kein Hintermann die angespielte Farbe frei ist und überstechen kann, wenn der Toutspieler den Stich mit einem seiner Laufenden macht (trivial, immer 100%)

P_{SHN}: Wahrscheinlichkeit, dass kein Hintermann die angespielte Farbe frei ist und überstechen kann, wenn der Toutspieler den Stich mit seinem höchsten Nicht-Laufenden macht

Gewinnen mit den verbleibenden Laufenden:

P_{GL}: Wahrscheinlichkeit, dass der Toutspieler seinen Tout als Ausspieler mit L Laufenden gewinnt

P_{GL-1}: Wahrscheinlichkeit, dass der Toutspieler seinen Tout als Ausspieler mit L-1 Laufenden gewinnt

¹⁵ Bei der Berechnung wird davon ausgegangen, dass ein freier Vordermann wenn immer möglich mit einem Schwachstellentrumpf einsticht. Der (äußerst seltene) Fall, bei dem er seinen Schwachstellentrumpf zurückhält, weil er genug Trümpfe hat und mit diesem einen sicheren Trumpfstich zu machen, bleiben in der Formel unberücksichtigt.

Für die Fälle 3a und 3b berechnen wir unabhängig voneinander die Einzelwahrscheinlichkeiten. Die eigentliche Gewinnwahrscheinlichkeit des Tout ergibt sich dann für die einzelne Variante aus dem jeweiligen **Maximum** der Gewinnwahrscheinlichkeiten der beiden Alternativen. Der Maximalwert gilt also für den „optimalen Trumpf“ und zeigt, ob es für den Toutspieler besser ist, auf eine freie Farbe mit einem Laufenden (Alternative 1) oder seinem höchsten Nichtlaufenden (Alternative 2) einzustecken.

Für Alternative 1 gilt:

X_L = „Der Toutspieler gewinnt als Nichtausspieler mit Fehlfarbe seinen Tout, wenn er im Fall 1 mit seiner Farbsau und in den Fällen 2 und 3 mit einem Laufenden einsticht“

$$P(X_L) = P_{AS} * P_{SS} * P_{GL} + P_{AF} * P_{SL} * P_{GL-1}$$

Für Alternative 2 gilt:

X_{HNL} = „Der Toutspieler gewinnt als Nichtausspieler mit Fehlfarbe seinen Tout, wenn er im Fall 1 mit seiner Farbsau, im Fall 2 mit einem Laufenden und im Fall 3 mit seinem höchstem Nicht-Laufenden einsticht.“

Beachte: Da P_{EST} und P_{SHN} von der Anzahl der Vorder- und Hintermänner abhängen, hängt $P(X_{HNL})$ von der Position des Toutspielers ab.

$$P(X_{HNL}) = P_{AS} * P_{SS} * P_{GL} + P_{AF} * P_{EST} * P_{SL} * P_{GL-1} + P_{AF} * (1 - P_{EST}) * P_{SHN} * P_{GL}$$

Gesamtwahrscheinlichkeit:

X_{opt} = „Der Toutspieler gewinnt als Nichtausspieler mit Fehlfarbe seinen Tout, falls er im ersten Anspiel entweder mit einer Farbsau oder auf eine freie Farbe mit dem optimalen Trumpf einsticht“

$$P(X_{opt}) = \text{Maximum} (P(X_L), P(X_{HNL}))$$

Die Berechnungsmethoden für die Wahrscheinlichkeiten P_{AS} , P_{AF} , P_{SS} , P_{EST} und P_{SHN} sind in diesem Kapitel beschrieben, die für P_{GL} und P_{GL-1} im Kapitel 2.2.1 „Solo-Tout als Auspieler“.

Durch Gleichsetzen der Erwartungswerte und Auflösen nach $P(\text{Gewinn}_{\text{Tout}})$ ergibt sich der Schwellenwert als

$P(\text{Gewinn}_{\text{Tout}}) =$

$$\frac{\text{Preis}(\text{Gewinn}_{\text{SoloSchneider}}) - \text{Preis}(\text{Verlust}_{\text{Tout}})}{\text{Preis}(\text{Gewinn}_{\text{Tout}}) - \text{Preis}(\text{Verlust}_{\text{Tout}}) + \text{Preis}(\text{Gewinn}_{\text{SoloSchneider}}) - \text{Preis}(\text{Gewinn}_{\text{SoloSchwarz}})}$$

Die Formel zeigt, dass der Schwellenwert von den Preisen abhängt, um die gespielt wird. Dabei kann es sich um Geld oder auch um Punkte (beim Turnierschafkopf) handeln. Entscheidend ist nur das Verhältnis zwischen den Preisen beim Tout und denen beim Solo.

Der Preis für den Verlust eines Tout ist gleich dem negativen Preis für den Gewinn eines Touts, zumindest dann, wenn keine Spritze gegeben wird.

Wie in Kapitel 2.5 erklärt, gibt es aber Tout-Blätter, bei denen ein Gegner sofort merkt, dass er genügend Trümpfe hat um einen Stich zu machen. Bei solchen Blättern also, bei denen potentiell die Gefahr besteht, dass ein Gegenspieler eine Spritze gibt, muss der Preis für den Verlust eines Tout verdoppelt werden, wodurch der Schwellenwert sich doch deutlich erhöht.

6.3 Formeln zum Kapitel „Solo, Wenz und Farbwenz“

6.3.1 Formel zu 3.1 „Gewinnwahrscheinlichkeit beim Solo und Farbwenz

Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit, mit der eine bestimmte Anzahl der dem Alleinspieler fehlenden hohen Karten bei einem der Gegenspieler zusammensteht und dieser Gegenspieler eine bestimmte Anzahl weiterer kleiner Trümpfe hält.

Folgende Größen gehen in die Berechnung ein:

F: Anzahl der hohen Trümpfe, die dem Alleinspieler fehlen

G: Anzahl der Trümpfe, die alle Gegenspieler zusammen haben

f : Anzahl der dem Alleinspieler fehlenden hohen Trümpfe, die bei einem der Gegenspieler (mindestens) zusammenstehen müssen, um das Alleinspiel zu gefährden

g : Anzahl der Trümpfe, die der starke Gegenspieler mit den hohen Trümpfen insgesamt haben muss, um das Alleinspiel zu gefährden

Zunächst berechnen wir die Wahrscheinlichkeit, dass ein bestimmter Gegenspieler, zum Beispiel der erste, mindestens f Karten aus F und insgesamt mindestens g Trümpfe aus G hat:

X = „Ein bestimmter Gegenspieler hat mindestens f auf F Karten und mindestens g aus G Trümpfe“

$$P(X, f, F, g, G) = \frac{\sum_{s=f}^{\min(F,8)} \sum_{t=g-s}^{\min(G-F,8-s)} \binom{F}{s} * \binom{G-F}{t} * \binom{24-G}{8-t-s}}{\binom{24}{8}}$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass dann ein beliebiger der drei Gegenspieler die Bedingung erfüllt und dadurch der Toutspieler verliert, ist somit:

$$P(\text{Der Toutspieler verliert}) = 3 * P(X, f, F, g, G)$$

Das Gegenereignis entspricht dann der Wahrscheinlichkeit, das Solo zu gewinnen:

$$P(\text{Der Toutspieler gewinnt}) = 1 - 3 * P(X, f, F, g, G)$$

Es kann aber vorkommen, dass nicht nur ein, sondern sogar zwei Gegenspieler eine Kartenkombination haben könnten, die dem Spieler gefährlich werden, d.h. zwei Gegenspieler haben zugleich mindestens f hohe Karten und mindestens g Trümpfe. Das ist dann der Fall, wenn $f \leq F/2$ und $g \leq G/2$ gilt.

Diese Kombinationen müssen in der obigen Formel abgezogen werden, da sie sonst mehrfach gezählt werden würden:

Dazu brauchen wir die Wahrscheinlichkeit, dass ein zweiter Gegenspieler ebenfalls mindestens f Karten von den F fehlenden hohen Karten und dabei mindestens g Trümpfe hat unter der Voraussetzung, dass der erste Gegenspieler s Karten aus F und t Trümpfe aus $G-F$ hat:

X = „Ein zweiter Gegenspieler hat mindestens f auf F Karten und g aus G Trümpfe“

Y = „Ein Spieler hat bereits mindestens f auf F Karten und g aus G Trümpfe“

$$P(X | Y, f, F, g, G) = \frac{\sum_{s'=f}^{\min(F-s, 8)} \sum_{t'=g-s}^{\min(G-F-t, 8-s')} \binom{F-s}{s'} * \binom{G-F-t}{t'} * \binom{24-G-(8-s-t)}{8-s'-t'}}{\binom{16}{8}}$$

Somit ergibt sich folgende Gesamtformel für die Wahrscheinlichkeit, dass ein oder zwei beliebige der drei Gegenspieler die Bedingung erfüllen, mindestens f Karten aus F und insgesamt mindestens g Trümpfe aus G zu haben:

$$P(\text{Der Toutspieler verliert}) = 3 * [P(X, f, F, g, G) - P(X | Y, f, F, g, G)]$$

bzw. als Gegenereignis die Wahrscheinlichkeit, das Solo zu gewinnen:

$$P(\text{Der Toutspieler gewinnt}) = 1 - 3 * [P(X, f, F, g, G) - P(X | Y, f, F, g, G)]$$

6.3.2 Formel zu 3.2.1 „Verteilung der Unter auf Spieler und Gegenspieler“

Wahrscheinlichkeit, dass die 2 fehlenden Unter auseinanderstehen

Die Wahrscheinlichkeit, dass zwei fehlende Unter nicht zusammenstehen entspricht ganz allgemeinen der Wahrscheinlichkeit, dass zwei bestimmte Karten nicht zusammenstehen.

X = „2 bestimmte Karten stehen nicht zusammen“

$$P(X) = 1 - 3 * \frac{\binom{2}{2} * \binom{22}{6}}{\binom{24}{8}} = 0,696 = 69,6\%$$

Die fehlenden beiden Unter stehen mit einer Wahrscheinlichkeit von 69,6% auseinander und mit einer Wahrscheinlichkeit von 30,4% zusammen.

7 Glossar

Alleinspiel:	Solo, Wenz oder Farbwenz
Alleinspieler:	Spieler, der ein Alleinspiel macht
Ausspieler:	Spieler, der die erste Karte der aktuellen Runde ausspielt
Farbe:	Eichel, Gras, Herz oder Schelln, sofern sie nicht <i>Trumpf</i> sind
Farbkarte:	Jede Karte, die kein Trumpf ist
Fehlfarbe:	Farbe, die der <i>Alleinspieler</i> zusätzlich zur <i>Trumpffarbe</i> hat
Gegenspieler:	Im Alleinspiel die drei Gegner des <i>Alleinspielers</i> ; im Sauspiel die beiden Gegner der spielenden Partei
Herren:	Alle vier Ober und vier Unter; beim farblosen Wenz nur die vier Unter
Hinterhand:	Der Spieler auf <i>Position 4</i>
Kurze Farbe:	Die <i>Farbe</i> , von der man die wenigsten Karten hat
Lange Farbe:	Die <i>Farbe</i> , von der man die meisten Karten hat
Laufende:	Die fortlaufend höchsten Trümpfe, die eine Spielerpartei hat
Lusche:	Siebener-, Achter- oder Neuner-Karte einer Farbe
Mitspieler:	Partner des Rufenden im Sauspiel, also der mit der Rufsau
Mittelhand:	Die beiden Spieler, die auf den <i>Positionen 2</i> und <i>3</i> sitzen

Nichtausspieler:	Die drei Spieler, die in der aktuellen Runde nicht die <i>Ausspieler</i> sind
Position:	Platz in der Sitzordnung; der <i>Ausspieler</i> sitzt auf <i>Position</i> 1
Rufende:	Spielmacher im Sauspiel, der eine Sau ruft
Ruffarbe:	Farbe der gerufenen Sau im Sauspiel
Sauspiel:	Rufspiel
Schmiertrümpfe:	Trumpf-Sau und Trumpf-Zehn
Schwachstelle:	Eine dem Toutspieler fehlende Trumpfkarte zwischen seinem kleinsten Laufenden und seinem nächst höchsten Trumpf
Spatz:	<i>Farbkarte</i> , also jede Karte, die kein Trumpf ist, also evtl. auch eine Sau
Spieler 1:	Spieler an Position 1, der <i>Ausspieler</i> der aktuellen Runde; analog Spieler 2, Spieler 3 und Spieler 4
Spritze:	Ansage der Gegenpartei, die den Preis für das Spiel verdoppelt; auch Schuss, Stoß oder Kontra genannt
Suchende:	<i>Gegenspieler</i> des <i>Rufenden</i> , der die Rufsau sucht
Trumpffarbe:	Herz im Sauspiel; die vom <i>Alleinspieler</i> als Trumpf bestimmte Farbe
Trümpfe:	Die <i>Herren</i> und alle Karten der <i>Trumpffarbe</i>

8 Über den Autor

Stefan Dillig, geboren 1963 in Holzkirchen in Oberbayern, fand seine Liebe zum Schafkopf schon in seiner frühen Jugend. Später, als diplomierter Informatiker, hat er sich intensiv mit Gewinnwahrscheinlichkeiten beim Schafkopfspiel beschäftigt. Seine Recherchen zeigten schnell, dass für fortgeschrittene Schafkopfspieler kaum lehrreiche Literatur existiert und dass hierbei insbesondere das Thema *Mathematische Wahrscheinlichkeit* lediglich ansatzweise in einigen schulischen Arbeiten behandelt wird.



Ausgelöst durch die Bitte eines Schafkopffreundes, ihm die Gewinnwahrscheinlichkeit für ein verlorenes Solo-Tout zu berechnen, begann der Autor seine mehrjährige Arbeit, alle für das Schafkopfspiel interessanten und hilfreichen Gewinn- und Verteilungswahrscheinlichkeiten zu bestimmen. Seine Motivation war der Wunsch, ein umfassendes Werk zum Thema *Wahrscheinlichkeit beim Schafkopfen* zu erstellen, das eine Bereicherung für jeden ambitionierten Schafkopffreund wäre und damit ein Beitrag zur Belebung dieses wunderbaren Stücks bayerischer Kultur.

Kontakt zum Autor

Sollten Sie Fragen, Anregungen oder Kritik haben, oder meinen Sie, einen Fehler oder einen Grund für ein Lob gefunden zu haben, schreiben Sie dem Autor einfach eine E-Mail:

Schafkopf.Dillig@online.de